

HARI PERTAMA - BAHASA INDONESIA

EUROPEAN GIRLS MATHEMATICAL OLYMPIAD

Kamis, 12 April 2012

- Waktu 4 jam 30 menit
- Setiap soal bernilai 7

SOAL NO. 1.

Diketahui segitiga ABC dengan PUSAT LINGKARAN LUAR O . Titik D terletak pada sisi BC , titik E terletak pada sisi CA dan titik F terletak pada sisi AB , sehingga DE TEGAK LURUS terhadap CO dan DF TEGAK LURUS terhadap BO . (Jika titik D terletak pada sisi BC berarti titik D terletak DIANTARA titik B dan titik C)

Misalkan K merupakan PUSAT LINGKARAN LUAR segitiga AFE . Buktikan garis DK dan BC saling TEGAK LURUS

SOAL NO. 2.

Misalkan n merupakan BILANGAN BULAT POSITIF.

Sebuah tabel dengan m baris dan n kolom dapat diisi dengan bilangan-bilangan REAL, sehingga dengan cara tersebut untuk setiap DUA BARIS BERBEDA $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ dan $[b_1, b_2, \dots, b_n]$ memenuhi :

$$\text{maksimum}(|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|) = 1$$

Tentukan bilangan BULAT TERBESAR m (Nyatakan m dalam bentuk n)

SOAL NO. 3.

Tentukan SEMUA FUNGSI $f : R \rightarrow R$ yang memenuhi

$$f(y f(x+y) + f(x)) = 4x + 2y f(x+y)$$

untuk setiap $x, y \in R$

SOAL NO. 4.

Sebuah himpunan bilangan-bilangan BULAT A dikatakan *sum-full* jika $A \subseteq A + A$,

Setiap anggota $a \in A$ merupakan JUMLAH dari beberapa pasangan anggota-anggota $b, c \in A$ (tidak harus berbeda).

Sebuah himpunan bilangan-bilangan BULAT A dikatakan *zero-sum-free* jika 0 merupakan SATU-SATUNYA bilangan bulat yang TIDAK dapat dinyatakan sebagai jumlah dari anggota-anggota subhimpunan tak hampa yang terbatas dari A .

Apakah TERDAPAT himpunan bilangan bulat yang merupakan *sum-full* DAN *zero-sum free*?

Jelaskan !